

107年公務人員特種考試司法人員、法務部
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

考試別：調查人員
等 別：三等考試
類科組：電子科學組
科 目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

(四)須詳列計算過程，否則不予計分。

一、求解下列尤拉-柯西 (Euler-Cauchy) 微分方程式：(20分)

$$x^2 y'' + xy' - 4y = 4x^2 ; y(1) = 0 , y'(1) = 5 , \text{其中 } y' \equiv \frac{dy}{dx} , y'' \equiv \frac{d^2 y}{dx^2} .$$

二、試求下列函數之傅立葉級數 (Fourier Series)：(20分)

$$f(x) = \cosh(x), -\pi \leq x \leq \pi , f(x) = f(x + 2\pi) .$$

三、有一矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$ ：

(一)求 \mathbf{A} 之特徵值 (eigenvalues) 與相對應之特徵向量 (eigenvectors)。(10分)

(二)求矩陣 \mathbf{P} 以滿足 $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$ 為對角矩陣 (diagonal matrix)。(5分)

(三)求 \mathbf{A}^{18} 。(5分)

四、試求 $\oint_C \frac{2}{z(z-1)} dz$ ，沿積分路徑 C ：

(一) $|z| = \frac{1}{3}$ 。(10分)

(二) $|z| = 3$ 。(10分)

五、若在超市結帳櫃台排隊等待時間 (分鐘)，是一個隨機變數 W ，有如下的三角形機率密度函數 (probability density function)：

$$f_W(w) = \begin{cases} w-1, & 1 < w < 2 \\ 3-w, & 2 \leq w < 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(一)等待超過兩分鐘的機率。(10分)

(二)算出等待的平均時間，亦即 W 的期望值。(10分)